

Στα μαθηματικά υπάρχει Θεός

/ [Επιστήμες, Τέχνες & Πολιτισμός](#)



Ευρωπαίοι μαθηματικοί απέδειξαν έπειτα από 40 χρόνια τη θεωρία περί της ύπαρξης του Θεού του Γκέντελ με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή

Υπάρχει Θεός; Το ερώτημα αυτό απασχολεί τους φιλοσόφους και τους θεολόγους εδώ και δεκάδες αιώνες. Ξαφνικά πριν από λίγους μήνες εμφανίστηκε η είδηση ότι δύο ευρωπαίοι μαθηματικοί, χρησιμοποιώντας έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή και τη σχετική θεωρία του αυστριακού μαθηματικού Κουρτ Γκέντελ, κατάφεραν να αποδείξουν μαθηματικά την ύπαρξη του Θεού! Το τι ακριβώς απέδειξαν και με ποιον τρόπο σχετίζεται άμεσα με την κατανόηση της Μαθηματικής Λογικής και των κανόνων που τη διέπουν.

Το θεώρημα του Θεού

Λίγο πριν από τον θάνατό του ο μεγάλος αυστριακός μαθηματικός Κουρτ Γκέντελ (Kurt Gödel) δημοσιοποίησε μια μαθηματική απόδειξη για την ύπαρξη του Θεού την οποία επεξεργαζόταν επί 30 χρόνια. Η απόδειξη αυτή βασίζεται στη σύγχρονη αξιωματική θεμελίωση των Μαθηματικών, η οποία με τη σειρά της αποτελεί συνέχεια της αρχαιοελληνικής μαθηματικής παράδοσης και της Γεωμετρίας του Ευκλείδη. Σε αυτόν τον τρόπο θεμελίωσης ξεκινάμε με τη διατύπωση αξιωμάτων, δηλαδή υποθέσεων που δεν αποδεικνύονται αλλά φαίνονται προφανείς. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια των αξιωμάτων και της Μαθηματικής Λογικής, μπορούμε να αποδείξουμε θεωρήματα και να οικοδομήσουμε μια ολόκληρη θεωρία. Για παράδειγμα, ένα από τα πέντε αξιώματα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας είναι το ότι όλες οι ορθές γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους. Ο Γκέντελ προσπάθησε να «αποδείξει» την ύπαρξη του Θεού ως ένα θεώρημα ξεκινώντας από ένα σύνολο

πέντε αξιωμάτων που φαίνονται «προφανή» στο πλαίσιο της Μαθηματικής Λογικής. Η «απόδειξη» αυτή φάνηκε εξ αρχής ότι είχε δύο αδύνατα σημεία. Πρώτον, είναι άραγε τα αξιώματα όντως προφανή και, δεύτερον, είναι άραγε συμβατά μεταξύ τους ώστε να μην έχουν κρυφές ασυνέπειες; Για το πρώτο δεν μπορούμε να κάνουμε και πολλά πράγματα, αφού τα αξιώματα στα Μαθηματικά μπορεί να φαίνονται «λογικά» αλλά κατά τα άλλα είναι αυθαίρετα, οπότε ο Θεός υπάρχει αν τα αξιώματα αυτά αληθεύουν. Το δεύτερο όμως αποτέλεσε αντικείμενο έρευνας για πάνω από 40 χρόνια επειδή έπρεπε να αποδειχθεί ότι τα πέντε αυτά αξιώματα δεν περιέχουν κρυφές αντιφάσεις και άρα είναι αυτοσυνεπή.

Το κατόρθωμα των δύο ευρωπαίων μαθηματικών, του Γερμανού **Κρίστοφ Μπεντζμίλερ** (Christoph Benz Müller) και του Αυστριακού **Μπρούνο Βολτσενλόγκελ Παλέο** (Bruno Woltzenlogel Paleo), ήταν ότι κατάφεραν να αναπαραστήσουν τα αξιώματα του Γκέντελ και τους συλλογισμούς του με μαθηματικά σύμβολα. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια εξειδικευμένου λογισμικού που χειρίζεται έννοιες λογικής σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, μπόρεσαν αφενός μεν να διαπιστώσουν ότι τα αξιώματα δεν περιέχουν κρυφές αντιφάσεις και αφετέρου να επιβεβαιώσουν την απόδειξη του θεωρήματος.

Ιδέα με αρχαίες βάσεις

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, πέρα από το καθαρά μαθηματικό μέρος, η βάση της απόδειξης του Γκέντελ περί της υπάρξεως του Θεού δεν ήταν εντελώς καινούργια αφού έμοιαζε με το επιχείρημα του άγγλου θεολόγου και φιλοσόφου του 11ου αιώνα *Ανσέλμου του Καντέρμπουρι*, το οποίο, με τη σειρά του, βασίζεται στη μέθοδο της «εις άτοπον απαγωγής» των αρχαίων ελλήνων φιλοσόφων και μαθηματικών. Ο συλλογισμός του Ανσέλμου ήταν ο εξής:

1. Ο Θεός είναι η υπέρτατη ύπαρξη.
2. Η ιδέα του Θεού υπάρχει στη σκέψη μας.
3. Μια ύπαρξη που υπάρχει τόσο στη σκέψη όσο και στην πραγματικότητα είναι ανώτερη από μια ύπαρξη που υπάρχει μόνο στη σκέψη.
4. Αν ο Θεός υπήρχε μόνο στη σκέψη μας, τότε θα μπορούσαμε να συλλάβουμε την ιδέα μιας ανώτερης ύπαρξης η οποία υπάρχει και στην πραγματικότητα.
5. Αλλά δεν μπορούμε να φανταστούμε μια ύπαρξη ανώτερη από τον Θεό.
6. Άρα ο Θεός υπάρχει στην πραγματικότητα.

Η βασική συνεισφορά του Γκέντελ ήταν η μαθηματική περιγραφή του παραπάνω συλλογισμού και ειδικά των σημείων 3 και 4. Εκεί χρησιμοποίησε την έννοια της *πιθανής αλήθειας* μιας πρότασης, η οποία επεκτείνει την αριστοτελική λογική που δέχεται ότι μια πρόταση είναι είτε *αληθής* είτε *ψευδής*.

1+1 κάνουν 2;

Ο Γκέντελ έγινε διάσημος σε νεαρή ηλικία όταν διατύπωσε το περίφημο «θεώρημα της μη πληρότητας». Συνέπεια του θεωρήματος αυτού είναι ότι, στο πλαίσιο της «Απλής Αριθμητικής» των ακεραίων αριθμών, η οποία βασίζεται σε αξιώματα

όπως το γνωστό « $1+1=2$ », υπάρχουν προτάσεις που δεν είναι δυνατόν να διαπιστώσουμε αν αληθεύουν ή όχι βασιζόμενοι μόνο στα αξιώματα αυτά. Οι προτάσεις αυτές χαρακτηρίζονται από μια αυτοαναφορά και το πιο γνωστό ανάλογό τους στο πλαίσιο της απλής λογικής είναι το παράδοξο του αρχαίου Έλληνα φιλοσόφου Ευβουλίδη, σύμφωνα με το οποίο «αν κάποιος παραδεχθεί ότι ψεύδεται, αυτό που λέει είναι αλήθεια ή ψέμα;». Η πρόταση αυτή οδηγεί σε φαύλο κύκλο, αφού αν η πρόταση είναι αληθής συμπεραίνουμε ότι ο συνομιλητής μας ψεύδεται ενώ αν η πρόταση είναι ψευδής συμπεραίνουμε ότι ο συνομιλητής μας λέει την αλήθεια. Το θεώρημα της μη πληρότητας του Γκέντελ είχε σοβαρότατες συνέπειες στη θεμελίωση των Μαθηματικών με βάση την αξιωματική μέθοδο, η οποία στη δεκαετία του 1920 φαινόταν ότι θα κατάφερνε να ενοποιήσει όλους τους κλάδους αυτής της επιστήμης σε ένα ενιαίο οικοδόμημα. Παράλληλα όμως υπήρξε ο λόγος που του προσφέρθηκε το 1940 μια θέση στο Ινστιτούτο Προχωρημένων Σπουδών του Πρίνστον, όπου και παρέμεινε ως καθηγητής ως τον θάνατό του το 1978. Η συνεισφορά του Γκέντελ στη θεμελίωση της Μαθηματικής Λογικής αναγνωρίστηκε επανειλημμένως, με σημαντικότερο κατά τη γνώμη μου το βραβείο Αϊνστάιν του Ινστιτούτου που του απονεμήθηκε το 1951 από τον ίδιο τον Αϊνστάιν, ο οποίος ήταν συνάδελφός του σε αυτό το ίδρυμα και στενός φίλος του. Οι συνθήκες θανάτου του Γκέντελ ήταν πολύ ασυνήθιστες και αποτέλεσαν την έμπνευση για το θεατρικό έργο «Δέκατη έβδομη νύχτα» του **Απόστολου Δοξιάδη**. Ο Γκέντελ έπασχε από έλκος του δωδεκαδακτύλου και ακολουθούσε, με δική του πρωτοβουλία, μια πολύ αυστηρή δίαιτα. Σιγά-σιγά άρχισε να πιστεύει ότι τον δηλητηριάζουν και κατέληξε να αρνείται να φάει το φαγητό του. Το αποτέλεσμα αυτής της κατάστασης, θα έλεγε κανείς, αποτέλεσε το κορυφαίο λογικό παράδοξο *υλοποιημένο* – και *όχι διατυπωμένο* – από τον θεμελιωτή της Μαθηματικής Λογικής. Αν δεν έτρωγε, ήταν *σίγουρο* ότι ο Γκέντελ θα πέθαινε από ασιτία. Αν έτρωγε *ίσως* να πέθαινε από δηλητηρίαση – αλλά και *ίσως* όχι. Ο Γκέντελ, πέρα από κάθε λογική, διάλεξε ενσυνείδητα την πρώτη επιλογή – και πέθανε από ασιτία. Ο κ. Χάρης Βάρβογλης είναι καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του ΑΠΘ.

Βάρβογλης Χάρης

Πηγή: tovima.gr